

Lista de Exercícios MAT0220

1. Determine o raio de convergência das séries de potência a seguir. Em cada caso, estude o comportamento nos extremos do intervalo de convergência:

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} n^n \cdot x^n$

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$

(c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n^4 + 1}$

(d) $\sum_{n=0}^{\infty} 10^n \cdot (x - \pi)^n$

(e) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x + \frac{1}{2})^n}{n^2 + 1}$

(f) $1 + \frac{x^2}{\sqrt{2}} + \frac{x^4}{\sqrt{4}} + \dots$

(g) $\sum_{n=1}^{\infty} (-3)^n \cdot \frac{(x-1)^n}{n}$

(h) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{2^n \cdot n \cdot (\log(n))^2}$

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \log(n^2 + 1) \cdot x^n$

(j) $1 + x + x^2 + x^3 + \dots$

2. Se $0 < a < b$, determine o raio de convergência de $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{a^n + b^n}$. Qual é o comportamento da série nos extremos de seu intervalo de convergência?

3. A função de Bessel de ordem zero, muito importante em Física, é definida por:

$$J_0(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot x^{2n}}{4^n \cdot (n!)^2}$$

- (a) Qual é o raio de convergência desta série? **Dica:** para obter uma série de potências, efetue a mudança de variável $y = x^2$ e, ao final de seus cálculos, retorne à variável x .

- (b) Mostre que $y = J_0(x)$ satisfaz a EDO $x \cdot y'' + y' + x \cdot y = 0$